

De tweelingparadox zonder wiskunde verklaard

JAN DE JONG

"Everything should be made as simple as possible, but not simpler"
"Tijd is wat de klok aanwijst"

Albert Einstein

Iedereen die de speciale relativiteitstheorie heeft bestudeerd, zal op de beroemde tweelingparadox zijn gestuit. In de meeste boeken probeert de auteur het probleem uitsluitend met de speciale relativiteitstheorie op te lossen. De oplossing die in dit artikel wordt gegeven, is gebaseerd op de speciale en algemene relativiteitstheorie. Verrassend genoeg blijken er geen ingewikkelde berekeningen nodig te zijn om de paradox op te lossen.

1. Onze uitgangspunten

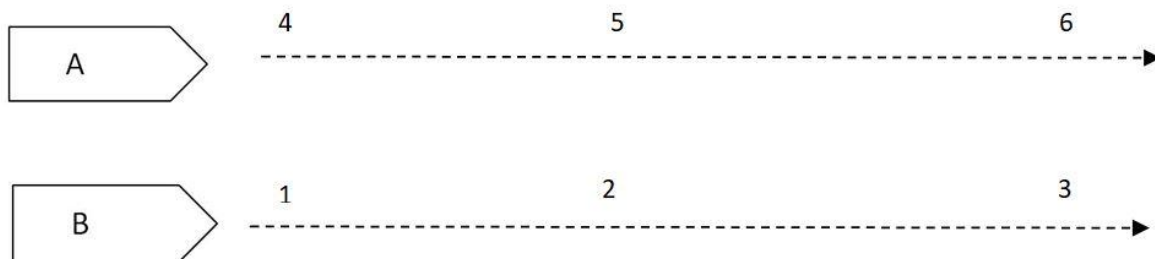
Er zijn twee dingen die we nodig hebben en die we bekend veronderstellen:

1.1 Ten eerste: De *speciale relativiteitstheorie* geeft aan dat een klok B die zich met constante snelheid van ons af beweegt, of op ons toekomt, langzamer loopt dan onze klok A.

Omdat dit effect van v^2 afhangt, geeft $+v$ (van je afbewegend), of $-v$ (naar je toe bewegend) het zelfde resultaat want het kwadraat is hetzelfde.

Maar als we de situatie vanuit klok B bekijken kunnen we precies hetzelfde beweren over klok A. Voor uitleg over de relativiteitstheorie en de paradox verwijzen we naar de literatuur¹⁾.

1.2 Ten tweede: Volgens de *algemene relativiteitstheorie* geldt dat een klok B die versnelt of vertraagt t.o.v. de rest van het heelal, langzamer loopt dan een klok A die zich op afstand van deze klok bevindt en die geen versnelling of vertraging kent t.o.v. de rest van het heelal.



¹⁾ Max Born - Einstein's theory of relativity

2. Twee verre reizen

2.1 De reis van de tweeling, aangegeven in bovenstaande figuur, wijkt enigszins af van de gebruikelijke manier waarop de reis wordt afgebeeld. De raketten A en B zweven samen ergens in de ruimte, ver van de aarde en andere hemellichamen. Beide schepen hebben een versnellingsmeter aan boord. In deze beginperiode vertonen deze meters geen uitslag. Ze worden bestuurd door de tweelingbroers A en B, die dezelfde leeftijd hebben. Hun klokken lopen gelijk.

Als beide tegelijkertijd zouden versnellen met de zelfde versnelling en daarna samen een lange reis maken met de zelfde constante snelheid, en dan weer op gelijke wijze zouden vertragen, is het duidelijk dat hun klokken geen verschillende tijden zouden laten zien.

2.2 Maar in ons gedachte-experiment zal een van de tweelingen als eerste vertrekken. Tweeling B besluit bij zijn broer weg te gaan en maakt de volgende reis. Hij start zijn raketmotor en ziet dat zijn versnellingsmeter de versnelling aangeeft (1). Al snel bereikt hij een snelheid die de snelheid van het licht benadert. Hij zet de motor af en vliegt met die constante snelheid in een rechte lijn (2). Na een reis van enkele lichtjaren vertraagt hij evenveel als hij versnelde (3) en is zijn reis ten einde. Hij heeft weer dezelfde bewegingstoestand t.o.v. zijn broer als voor zijn vertrek.

2.3 Wanneer tweeling A zijn broer weer wil zien gaat hij, als zijn broer de reis heeft voltooid, ook op reis. Hij accelereert op dezelfde manier als zijn broer (4), reist met dezelfde constante snelheid in dezelfde richting en gedurende een gelijke periode (op zijn klok) (5), vertraagt zoals zijn broer deed en komt weer bij zijn tweelingbroer (6). Hij heeft de afstand tussen hem en zijn broer overbrugd.

2.4 Als de beide tweelingen weer bij elkaar zijn, welk verschil in tijd verwachten ze dat hun klokken zullen aanwijzen? Volgens de mechanica van Newton zullen de klokken precies gelijk lopen. In de mechanica van Einstein kunnen we relativistische effecten zoals tijddilatatie verwachten als gevolg van hun relativistische reizen.

Beide reizen zijn echter precies gelijk, alleen in tijd verschoven. Dus zou men ook volgens Einstein verwachten dat als er relativistische effecten optreden er geen verschil is in de tijd die de klokken aanwijzen. Laten we dat nader bekijken.

2.5 De speciale relativiteitstheorie leert ons dat tijdens de reis met constante snelheid elk van de tweelingen kan zeggen dat de klok van de ander langzamer loopt. Dit klinkt als een paradox, maar het is slechts een toepassing van de speciale relativiteitstheorie.

2.6 Laten we de situatie bekijken vanuit het oogpunt van A.

A kan zeggen dat zijn broer B langzamer ouder wordt tijdens fase 2 omdat hij met grote constante snelheid van hem af beweegt, de klok van B loopt achter op de klok van A.

Aan dit achterlopen kent A een minteken toe. Na voltooiing van de reis bedraagt het achterlopen van B's klok door toepassing van de speciale relativiteitstheorie – T (s). In

fase 5 zal A zijn broer naar hem toe zien komen en opnieuw kan hij zeggen dat B's klok nogmaals achterloopt met $-T$ (s).

Nu gaat de tijdsvertraging naar $-2T$ (s). Volgens A zou dus B's klok als ze samen gekomen zijn $2T$ (s) moeten achterlopen.

2.7 Als we de situatie vanuit het oogpunt van B bekijken, krijgen we hetzelfde resultaat. B zal zeggen dat A's klok $2T$ (s) achter loopt.

Dit is echter een absurditeit die niet kan bestaan. Ook uit symmetrieoverwegingen kan dit verschil niet bestaan. Om de absurditeit op te heffen en een gelijke tijdsaanwijzing te krijgen moeten de klokken ook een tijdsverloop van exact $+2T$ (s) ondergaan. De speciale relativiteitstheorie voorziet niet in dit tijdsverloop. We moeten rekening houden met de algemene relativiteitstheorie die zich bezighoudt met versnellingen.

2.8 We weten dat wanneer een klok in een zwaartekrachtsveld wordt geplaatst, deze langzamer gaat lopen. Beide klokken zijn onderhevig aan versnellingen. Het equivalentieprincipe leert ons dat we geen onderscheid kunnen maken tussen klokken die worden versneld en klokken in een zwaartekrachtsveld. Als A versnelt t.o.v. de rest van het heelal, zal hij langzamer gaan lopen dan klok B die niet versnelt.

Wanneer in fase 4 A versnelt en vertraagt in fase 6, loopt klok A langzamer en dus zal klok B sneller lopen, gezien vanuit A. De totale vooruitgang moet precies $+2T$ (s) zijn om de resultaten van de speciale theorie te neutraliseren.

Vanuit het oogpunt van B zal de klok van A sneller lopen in fase 1 en 3. Het totaalbedrag moet ook $+2T$ (s) zijn.

3 De 'klassieke' tweelingparadox

Met deze resultaten zijn we nu volledig voorbereid om naar de 'klassieke' tweelingparadox te kijken. Nu zal alleen B zijn raketmotor gebruiken. Hij reist door de fasen 1, 2 en 3. Daarna draait hij zich om, versnelt en reist met constante snelheid terug naar A, vertragend bij aankomst. De terugreis is een spiegelbeeld van de heenreis.

Alleen B zal versnelling ervaren, dit geeft asymmetrie. Na het meest afgelegen punt van zijn reis wanneer hij terugkeert naar A, ervaart B op de terugreis nog een extra versnelling ten opzichte van de heenreis en bij aankomst is er een extra vertraging. Het klokverloop dat B aan A zal toewijzen, moet daarom het dubbele zijn van de waarde die is gevonden met de enkele reis. Het moet $+4T$ (s) zijn in plaats van $+2T$ (s).

Daarom ziet B dat klok A als gevolg van de speciale theorie $2T$ (s) achterloopt maar als gevolg van de algemene theorie $+4T$ (s) voorloopt. In totaal ziet B dat klok A dus $-2T + 4T = +2T$ (s) sneller heeft gelopen. Dat betekent dat A $2T$ (s) ouder is geworden.

Omdat A niet accelereert, ziet A alleen dat B $2T$ (s) achterloopt.

Dit lost de paradox op. Tweelingbroer B is minder oud dan A. De klok van A loopt vooruit en B constateert dat A ouder is.